

GOBIERNO Y CAMBIO TECNOLÓGICO: UN MODELO CON TRABAJO, DINERO Y DEUDA

Salvador Rivas Aceves

RESUMEN

En el marco de una economía monetaria con trabajo y deuda (pública y privada) se estudia el efecto que tiene la participación del gobierno como impulsor del desarrollo tecnológico. A través de un modelo de crecimiento endógeno se caracterizan en el equilibrio, de previsión perfecta, las tasas de crecimiento de todos los sectores. Asimismo, se evalúa el impacto sobre el bienestar económico de los impuestos y el gasto público, el cual es aplicado al desarrollo tecnológico. Por último, en un ejercicio de simulación, se examina el nivel óptimo de gasto público (que maximiza el bienestar) en el que el gobierno tiene que incurrir para promover adecuadamente el desarrollo de tecnología.

Palabras clave: crecimiento endógeno, gasto de gobierno, cambio tecnológico, dinero, deuda.

Clasificación JEL: O33, O38, O42.

Proyecto

1. Introducción

2. Estructura de la economía

2.1. Hogares

2.2. Gobierno como impulsor del desarrollo tecnológico

2.3. Empresas

3. Equilibrio de previsión perfecta

4. Impacto sobre el bienestar económico

5. Simulaciones

6. Conclusiones

1. Presentación

En la teoría neoclásica del crecimiento el cambio tecnológico tiene como único origen a la empresa. En el trabajo pionero de Harrod (1939) se introduce, por primera vez, el progreso tecnológico en el estudio del crecimiento a través de una función de producción con producto marginal constante. Por otro lado, Uzawa (1965) encuentra que el cambio tecnológico se puede presentar a través de un incremento en la eficiencia laboral, que a su vez no depende de la cantidad de capital usado en el proceso productivo. Asimismo, entre las principales aportaciones en crecimiento endógeno que consideran cambio tecnológico se encuentran Romer (1986) y Lucas (1988). En este caso, los modelos conciben el cambio tecnológico como un proceso que explica las modificaciones en las condiciones de producción de las empresas en términos de cambios cualitativos o cuantitativos de los insumos, tales como el stock de conocimiento, el capital humano y el trabajo calificado. Posteriormente, Romer (1990) muestra que, con un solo sector con cambio tecnológico de tipo endógeno, la tasa de cambio tecnológico es sensible a la tasa de interés y toda la producción se destina al consumo.

Muchos autores han introducido el gasto del gobierno como un argumento de la función de producción, sólo para analizar el impacto que éste tiene sobre la capacidad productiva de la economía, por ejemplo Barro (1990), Barro y Xala-i-Martin (1992), Futagami-Morita-Shibata (1993), Glomm y Ravikumar (1994), Cazzavillan (1996) y Turnovsky (1996). Otro tipo de desarrollos teóricos analizan el impacto que tienen las políticas económicas sobre el crecimiento como Turnovsky (1993), Easterly-King-Levine-Rebelo (1994) y Caminati (2001). Sin embargo, la teoría neoclásica del crecimiento carece de un análisis teórico que permita dar una explicación coherente del efecto que el gobierno pueda o no tener sobre el cambio tecnológico y de cómo dicho cambio impacta a la producción y, por ende, al crecimiento.

La presente investigación, en el marco de una economía con una tecnología que presenta rendimientos constantes a escala y producto marginal constante, estudia el efecto que tiene la participación del gobierno en el desarrollo tecnológico sobre la tasa de crecimiento de una economía. En este contexto, se caracterizan, en el equilibrio, las tasas de crecimiento de todos los sectores de la economía. Asimismo, se llevan a cabo ejercicios de estática comparativa para medir el impacto sobre el bienestar económico que tienen los impuestos y el gasto aplicado al desarrollo tecnológico. Por último, a

través de un ejercicio de simulación, se determina el nivel óptimo de gasto público en el que el gobierno tiene que incurrir como promotor del desarrollo de tecnologías.

A diferencia de los desarrollos teóricos neoclásicos previos en materia de crecimiento, en el presente documento se muestra que la participación del gobierno en las actividades de innovación y desarrollo tecnológico, a través del gasto gubernamental, tiene un efecto positivo sobre el crecimiento. Bajo esta perspectiva teórica, el gobierno es el agente que genera un cambio tecnológico.

La organización del trabajo se presenta de la siguiente forma. En la sección 2 se establece la estructura de la economía en donde se caracterizan las acciones y decisiones de los hogares, gobierno y empresas. Posteriormente, en la sección 3 se determina el equilibrio de previsión perfecta. A través de la sección 4 se mide el impacto que tiene el gasto inicial de gobierno y los impuestos sobre el bienestar económico de los agentes. En la sección 5, se determina el nivel inicial óptimo de gasto de gobierno para promover el cambio tecnológico. Por último, en la sección 6, se presentan las conclusiones y limitaciones del presente trabajo, así como la agenda pendiente de la investigación.

2. Estructura de la economía

Considere una economía poblada por consumidores idénticos con vida infinita que maximizan su satisfacción por un bien de consumo y por la tenencia de saldos monetarios reales. En este contexto, los saldos reales producen satisfacción en los individuos por sus servicios de liquidez. De esta manera, la función de utilidad tiene dos argumentos: un bien genérico de consumo de carácter perecedero y dinero en términos de los bienes que el individuo puede comprar (poder adquisitivo). Asimismo, se supone que dichos agentes adquieren desutilidad por el trabajo y por sus pasivos (deuda). En la economía se produce y consume un único bien, y se tiene acceso al mercado internacional de deuda en donde el público puede adquirir bonos internacionalmente comerciables. Por simplicidad se normaliza a la unidad el número de consumidores al tiempo $t = 0$ y se supone que el tamaño de población, en cualquier tiempo $t > 0$, está dado por $N(t) = e^{\mu t}$, con una tasa de crecimiento de la población, μ , considerada exógena y constante. Cada consumidor aporta η horas de trabajo (por determinar endógenamente), por lo que el total del insumo trabajo, en cada instante, disponible en la economía está dado por:

$$L(t) = \eta N(t) = \eta e^{\mu t}. \quad (1)$$

Al mismo tiempo, cada individuo tiene deuda, d , y dos activos reales: capital, k , y saldos monetarios reales, m . Se supone que los consumidores tienen previsión perfecta, es decir, conocen perfectamente la tasa de inflación en cada instante y, en consecuencia, se tiene que:

$$\left(\frac{dP}{P}\right)\left(\frac{1}{dt}\right) = \pi^e = \pi > 0, \quad (2)$$

en donde P es el nivel general de precios, π es la tasa de inflación, π^e es la tasa de inflación esperada y $P(0)$ es tomado como dado.

2.1. Hogares

Los hogares están compuestos por consumidores idénticos que obtienen satisfacción por el consumo y por la tenencia de dinero, así como desutilidad por el trabajo y por sus pasivos. En consecuencia, el dinero entra como argumento de la función de utilidad al estilo Patinkin (1956) y Sidrauski (1967), mientras que la deuda se analiza como en Bardhan (1967) e Intriligator (1971). El consumidor representativo desea maximizar en el presente, es decir, al tiempo $t = 0$, su utilidad total descontada dada por:

$$U = \int_0^{\infty} u(c, m, \eta, d) e^{-(\rho - \mu)t} dt, \quad (3)$$

donde c es el consumo *per capita* y ρ es la tasa subjetiva de descuento. Para simplificar el análisis y obtener soluciones analíticas sencillas de examinar, se supondrá que $\rho > \mu$, lo cual implica que el consumidor está ansioso por el consumo presente. El análisis subsiguiente se llevará a cabo con el siguiente índice de satisfacción:

$$u(c, m, \eta, d) = \frac{(c^\alpha m^{1-\alpha})^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{(\eta^\beta d^{1-\beta})^{1+\phi}}{1+\phi}, \quad (4)$$

en donde α y β son parámetros de preferencias sobre el consumo, dinero, trabajo y deuda y satisfacen que $0 < \alpha < 1$ y $0 < \beta < 1$. Por otro lado, γ y ϕ son parámetros que miden la elasticidad intertemporal de sustitución, con $\gamma > 0$, $\gamma \neq 1$ y $\phi > 1$. Las condiciones antes mencionadas son necesarias para asegurar que la función de utilidad propuesta sea cóncava en todos sus argumentos. Por lo tanto, se cumple las siguientes relaciones:

$$u_c, u_m, -u_\eta, -u_d > 0, \quad (5)$$

$$u_{cc}, u_{mm}, u_{\eta\eta}, u_{dd} < 0, \quad (6)$$

$$-u_{cc} \frac{c}{u_c} - u_{mm} \frac{m}{u_m} = 1 + \gamma, \quad (7)$$

$$u_{\eta\eta} \frac{\eta}{u_\eta} + u_{dd} \frac{d}{u_d} = \phi - 1 > 0, \quad (8)$$

$$u_c(0, m, \eta, d) = u_m(c, 0, \eta, d) = \infty, \quad (9)$$

$$u_\eta(c, m, 0, d) = u_d(c, m, \eta, 0) = 0, \quad (10)$$

$$u_c(\infty, m, \eta, d) = u_m(c, \infty, \eta, d) = 0 \quad (11)$$

$$u_\eta(c, m, \infty, d) = u_d(c, m, \eta, \infty) = -\infty. \quad (12)$$

De las condiciones arriba establecidas, se tiene que las elasticidades marginales del consumo (ξ_c), saldos reales (ξ_m), trabajo (ξ_η) y deuda (ξ_d), respectivamente, son:

$$\xi_c = 1 - \alpha + \alpha\gamma, \quad (13)$$

$$\xi_m = \alpha + \gamma - \alpha\gamma, \quad (14)$$

$$\xi_\eta = \beta\phi + \beta - 1, \quad (15)$$

$$\xi_d = \phi - \phi\beta - \beta. \quad (16)$$

Por otro lado, la restricción presupuestaria del consumidor representativo está dada por:

$$\dot{k} + \dot{m} - \dot{d} = (1 - \tau_r)rk + (1 - \tau_w)w\eta + \mu d - (\pi + \mu)m - rd - (1 + \tau_c)c - \mu k, \quad (17)$$

en donde w es el salario, r es la tasa de interés (real) que los individuos toman como dada, πm representa la depreciación por inflación de los saldos reales, τ_w es un impuesto al ingreso salarial, τ_r es el impuesto sobre los ingresos del capital y τ_c es la tasa impositiva (al valor agregado) sobre el consumo. Si los valores iniciales $k(0)$, $m(0)$ y $d(0)$ se suponen conocidos y se denota $a = k + m - d$ como la riqueza (neta de deuda), por unidad de tiempo, del individuo, entonces la restricción presupuestal se puede reescribir como:

$$a_0 = \int_0^\infty \left[(1 - \tau_w)w\eta + \tau_r rd + (1 + \tau_c)c + (i - \tau_r r)m \right] e^{-[(1 - \tau_r)r - \mu]t} dt, \quad (18)$$

donde $i = r + \pi$ es la tasa de interés nominal. Observe que el individuo no es retribuido con transferencias de suma fija, ya que el gasto del gobierno se empleará

exclusivamente para impulsar el desarrollo tecnológico en las empresas. En consecuencia, el problema de optimización resultante del individuo representativo está dado por (3) y (18). En este caso, las condiciones (necesarias) de primer orden para una solución interior son:

$$\alpha c^{\alpha(1-\gamma)-1} m^{(1-\gamma)(1-\alpha)} = \lambda(1-\tau_c), \quad (19)$$

$$(1-\alpha)c^{\alpha(1-\gamma)} m^{-\gamma(1-\alpha)-\alpha} = \lambda(i-\tau_r r), \quad (20)$$

$$-\beta \eta^{\beta(1+\phi)-1} d^{(1+\phi)(1-\beta)} = -\lambda(1-\tau_w)w, \quad (21)$$

$$-(1-\beta)\eta^{\beta(1+\phi)} d^{-\beta(1+\phi)+\phi} = \lambda\tau_r r, \quad (22)$$

$$[(1-\tau_r)r - \mu]\lambda = -\dot{\lambda} + (\rho - \mu)\lambda, \quad (23)$$

$$\dot{a} = [(1-\tau_r)r - \mu]a + (1-\tau_w)w\eta - \tau_r r d - (1+\tau_c)c - (i-\tau_r r)m \quad (24)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a e^{-[(1-\tau_r)r - \mu]t} = 0. \quad (25)$$

De lo anterior se obtienen las relaciones de sustitución entre consumo y saldos reales, entre trabajo y deuda, y las tasas de crecimiento, ψ , correspondientes:

$$\frac{c}{m} = \frac{i-\tau_r r}{1-\tau_c} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right), \quad (26)$$

$$\frac{\eta}{d} = -\frac{\tau_r r}{(1-\tau_w)w} \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right), \quad (27)$$

$$\psi_c = \psi_m = \frac{[(1-\tau_r)r - \rho]}{\gamma} \quad (28)$$

$$\psi_\eta = \psi_d = \frac{[(1-\tau_r)r - \rho]}{\phi}. \quad (29)$$

La ecuación (26) nos muestra que un aumento en la tasa de interés nominal eleva el costo de la tenencia de saldos reales por lo que ésta disminuye y aumenta el consumo, mientras que un aumento en las tasas impositivas disminuye el consumo. En donde la remuneración a la productividad marginal del capital, r , cumple con $r = A - \rho$. Por otro lado, en la ecuación (27), se tiene que un aumento en el nivel salarial incrementa las horas de trabajo, mientras que un aumento en la tasa de interés real eleva el nivel de deuda. Finalmente, las tasas de crecimiento del consumo, dinero, trabajo y deuda dependen directamente de la tasa de interés real e indirectamente de su correspondiente

parámetro de elasticidad intertemporal. Dicho crecimiento se verificará siempre que $(1 - \tau_r)r > \rho$ para todos los sectores.

2.2. Gobierno como impulsor del desarrollo tecnológico

Suponga ahora que el gobierno interviene como impulsor del desarrollo de tecnología, ya sea a través de la generación directa de nueva tecnología para las empresas, o bien por medio de programas de innovación que permiten elevar el nivel de eficiencia de la productividad del capital existente. En consecuencia, las condiciones de producción de la economía toman la forma:

$$y = f(k; g) = Agk, \quad (30)$$

en donde $g > 1$ es el gasto *per capita* que el gobierno ejercerá como impulsor de la tecnología para fomentar un incremento en la productividad del capital, A , y $f(k; g)$ es el nivel de producto bajo esta nueva condición. Para que el impacto del gasto gubernamental sobre el nivel tecnológico sea positivo, es necesario que g sea mayor a la unidad ya que sólo así se cumple que $Ag > A$. Se supone que el gasto de gobierno no está sujeto a congestión, sin embargo no significa que no sea pertinente un análisis posterior al respecto. Por otro lado, el gobierno recauda los impuestos por concepto de consumo privado, ingresos por el capital e ingresos salariales, y como el gobierno no consume ni genera utilidad para los consumidores, entonces la restricción presupuestal del gobierno consolidada en términos *per capita* es:

$$g = \tau_r r k + \mu b + b + \tau_c c + m\sigma_m - rb, \quad (31)$$

en donde $\sigma_m = (dM/M)(1/dt)$ es la tasa de expansión monetaria en términos reales, b es la deuda pública con $b(0)$ dada y con tasa de crecimiento exógena. Este último supuesto no describe por completo el comportamiento del gobierno respecto del manejo de la deuda pública. Sin embargo, la razón de utilizar este marco simplificado es evitar dinámicas complejas de transición, la cual nos desviaría de los objetivos originalmente planteados en nuestro experimento de cambio tecnológico. Por otro lado, para evitar que el gobierno pueda instrumentar una política monetaria activa, suponga que σ_m se determina de manera endógena y que cumple:

$$\sigma_m = \sigma_M - \pi, \quad (32)$$

en donde σ_M es la tasa de expansión monetaria en términos nominales. Por último, se excluye la posibilidad de generar pirámides (juegos Ponzi) para el financiamiento del gobierno, por lo que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} b e^{-(r-\mu)t} = 0. \quad (33)$$

2.3. Empresas

El sector empresarial, que tiene como objetivo maximizar el valor presente de su flujo neto de efectivo, produce bienes a través de la tecnología $y = Agk$ y remunera a los factores de la producción capital y trabajo. Por lo tanto, la empresa representativa maximizara sus beneficios dados por:

$$y = Agk - (r + \delta)k - w\eta, \quad (34)$$

en donde δ es la tasa de depreciación de capital, la cual se supone constante. En el equilibrio, la productividad marginal de los factores de la producción es igual a su correspondiente remuneración, por lo tanto:

$$\frac{\partial y}{\partial k} = Ag - \delta = r, \quad (35)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = -w = w, \quad \text{lo cual implica} \quad w = 0. \quad (36)$$

En este caso, se puede pensar como en Barro y Sala-i-Martin (1995, cap. 4) que cada individuo ofrece de manera inelástica una unidad de trabajo por unidad de tiempo a cambio de $w = 0$.

3. Equilibrio de previsión perfecta

Con consumidores y empresas que toman decisiones óptimas bajo las acciones del gobierno, de (3), (18) y (34) se obtienen las nuevas relaciones de sustitución y las nuevas tasas de crecimiento económico:

$$\frac{c}{m} = \frac{i - \tau_r (Ag - \delta)}{1 - \tau_c} \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right), \quad (37)$$

$$\frac{d}{\eta} = -\tau_r (Ag - \delta) \left(\frac{1 - \beta}{\beta} \right), \quad (38)$$

$$\varphi_c = \varphi_m = \frac{[(1-\tau_r)(Ag-\delta)-\rho]}{\gamma} \quad (39)$$

$$\varphi_\eta = \varphi_d = \frac{[(1-\tau_r)(Ag-\delta)-\rho]}{\phi}. \quad (40)$$

Como se puede apreciar, las relaciones de sustitución y las tasas de crecimiento son mayores con la participación del gobierno en el desarrollo tecnológico, que en ausencia del mismo. Una vez más, el crecimiento tendrá lugar siempre que $(1-\tau_r)(Ag-\delta) > \rho$.

Para que la desigualdad anterior no se revierta es necesario que $(\tau_r + \delta) < \rho$. Bajo la participación del gobierno en el desarrollo tecnológico, la tasa de crecimiento depende directamente del gasto que éste realice por lo que un mayor gasto de gobierno generará una mayor tasa de crecimiento. Asimismo, la tasa de crecimiento económico *per capita* de largo plazo es igual a la de corto plazo. Por otro lado, si se define x como el capital neto de deuda, es decir:

$$x = k - d - b, \quad (41)$$

entonces de (18) y (34) se obtiene que:

$$\frac{dx}{dt} = (Ag - \delta - \mu)x - c. \quad (42)$$

Si se sustituye, por ejemplo, la solución general del consumo en (42) dada por:

$$c = c(0) \exp\left\{\left[\frac{[(1-\tau_r)(Ag-\delta)-\rho]}{\gamma}\right] t\right\}, \quad (43)$$

entonces la solución para la ecuación diferencial de primer orden no homogénea resultante en x es:

$$x = \left[x(0) - \frac{c(0)}{\Omega}\right] \exp\{(Ag - \delta - \mu)t\} + \frac{c(0)}{\Omega} \exp\left\{\left[\frac{[(1-\tau_r)(Ag-\delta)-\rho]}{\gamma}\right] t\right\}, \quad (44)$$

donde

$$\Omega = (Ag - \delta)(1 - \tau_r)(\gamma - 1/\gamma) + \rho/\gamma - \mu.$$

Observe que $\Omega > 0$. Ahora bien, al combinar (40) con la definición de riqueza real del individuo representativo $a = k + m - d$, se tiene que:

$$a = x + m + b. \quad (45)$$

En consecuencia, se cumplen las siguientes condiciones límite:

$$0 = \lim_{t \rightarrow \infty} a e^{-(A-\delta-\mu)t} = \lim_{t \rightarrow \infty} x e^{-(A-\delta-\mu)t} + \lim_{t \rightarrow \infty} m(0) e^{-\Omega t}. \quad (46)$$

Por lo tanto, a partir de la ecuación (43), se obtiene:

$$0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\left(x(0) - \frac{c(0)}{\Omega} \right) + \frac{c(0)}{\Omega} e^{-\Omega t} \right], \quad (47)$$

es decir, $c(0) = [k(0) - d(0) - b(0)]\Omega$. Para que el consumo inicial sea positivo es necesario suponer que $k(0) > d(0) + b(0)$, por lo tanto:

$$x = \frac{c(0)}{\Omega} \exp \left\{ \left[\frac{[(1 - \tau_r)(Ag - \delta) - \rho]}{\gamma} \right] t \right\} \quad (48)$$

De la ecuación (48), se puede obtener la tasa de crecimiento para el consumo, la cual está dada por:

$$\varphi_c = \frac{[(1 - \tau_r)(Ag - \delta) - \rho]}{\gamma}. \quad (49)$$

A continuación se realiza un análisis del impacto de los impuestos y el gasto gubernamental sobre el bienestar económico, así como la determinación del nivel óptimo de gasto público necesario para el desarrollo tecnológico.

4. Impacto sobre el bienestar económico

Para poder medir el impacto que tienen los impuestos y el gasto aplicado al desarrollo tecnológico, se necesita obtener la función de utilidad indirecta, W , a través de la sustitución de las condiciones, establecidas en la sección anterior, para los argumentos consumo, dinero y trabajo de la función de utilidad. Asimismo, para poder analizar el bienestar económico en términos de un gasto inicial se utiliza una expansión en serie de Taylor de $g(t)$, de tal forma que:

$$g(t) = g(0) + g'(0)t + o(t), \quad (50)$$

donde $o(t)$ es el término de error. Bajo este supuesto, la función de utilidad indirecta o bienestar económico está dado por:

$$W = \frac{[c(0)^\alpha m(0)^{1-\alpha}]^{1-\gamma}}{1-\gamma \left[\rho - \mu - \frac{1-\gamma}{\gamma} [(1 - \tau_r)(Ag(0) - \delta) - \rho] \right]} - \frac{[\eta(0)^\beta d(0)^{1-\beta}]^{1+\phi}}{1+\phi \left[\rho - \mu - \frac{1+\phi}{\phi} [(1 - \tau_r)(Ag(0) - \delta) - \rho] \right]} + tO\left(\frac{g'(0)}{t}\right) \quad (51)$$

en donde $O(g'(0)/t)$ es tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} tO\left(\frac{g'(0)}{t}\right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{O\left(\frac{g'(0)}{t}\right)}{\frac{1}{t}} = \text{constante.}$$

Esta constante depende de $g'(0)$. Como se puede apreciar en (51), el bienestar económico depende de; los parámetros α y β , que miden el impacto del consumo, dinero, trabajo y deuda sobre el bienestar económico del individuo; de los parámetros γ y ϕ , que miden la elasticidad intertemporal de sustitución; del parámetro de preferencias ρ ; de la tasa de crecimiento de la población μ ; del impuesto sobre los ingresos del capital τ_r ; del nivel tecnológico existente A ; de la depreciación del capital δ y del gasto inicial del gobierno, $g(0)$, asignado para la generación de tecnología.

Para asegurar que W esté acotada es necesario que:

$$(\rho - \mu) > \max \left\{ \frac{1-\gamma}{\gamma} [(1-\tau_r)(Ag(0)-\delta)-\rho], \frac{1+\phi}{\phi} [(1-\tau_r)(Ag(0)-\delta)-\rho] \right\} \quad (52)$$

Al recordar que el impuesto a los ingresos del capital, como instrumento de política fiscal, no es modificado sustancialmente a lo largo del tiempo por la autoridades fiscales de una economía, se puede tomar como una constante, por lo que la derivada de la función que mide el bienestar económico con respecto a τ_r , es:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau_r} = \frac{[\eta(0)^\beta d(0)^{1-\beta}]^{1+\phi} \left[\frac{1+\phi}{\phi} [(1-\tau_r)A] \right]}{\left\{ 1+\phi \left[\rho - \mu - \frac{1+\phi}{\phi} [(1-\tau_r)(Ag(0)-\delta)-\rho] \right] \right\}^2} - \frac{[c(0)^\alpha m(0)^{1-\alpha}]^{1-\gamma} \left[\frac{1-\gamma}{\gamma} [(1-\tau_r)A] \right]}{\left\{ 1-\gamma \left[\rho - \mu - \frac{1-\gamma}{\gamma} [(1-\tau_r)(Ag(0)-\delta)-\rho] \right] \right\}^2} < 0 \quad (53)$$

De esta manera, un aumento en el impuesto sobre la renta disminuye el bienestar económico; como lo muestra (53). Por otro lado, si se deriva la función que mide el bienestar económico con respecto del gasto inicial $g(0)$, se obtiene:

$$\frac{\partial W}{\partial g(0)} = \frac{[c(0)^\alpha m(0)^{1-\alpha}]^{1-\gamma} \left[\frac{1-\gamma}{\gamma} [(1-\tau_r)A] \right]}{\left\{ 1-\gamma \left[\rho - \mu - \frac{1-\gamma}{\gamma} [(1-\tau_r)(Ag(0)-\delta)-\rho] \right] \right\}^2} - \frac{[\eta(0)^\beta d(0)^{1-\beta}]^{1+\phi} \left[\frac{1+\phi}{\phi} [(1-\tau_r)A] \right]}{\left\{ 1+\phi \left[\rho - \mu - \frac{1+\phi}{\phi} [(1-\tau_r)(Ag(0)-\delta)-\rho] \right] \right\}^2} \geq 0 \quad (54)$$

En consecuencia, un aumento en el nivel de gasto inicial del gobierno para generar desarrollo tecnológico incrementa el bienestar económico tal y como lo muestra la ecuación (54).

5. Simulaciones

En esta sección se determina el nivel óptimo de gasto de gobierno a través de un ejercicio de simulación en donde los parámetros que determinan las características de la economía son analizados en diferentes escenarios. Para ello, la ecuación (54) se iguala a cero y se resuelve con el método de Newton Raphson para encontrar los puntos críticos. Las condiciones de la simulación base, sobre la cual se llevaron a cabo 11 simulaciones adicionales, son las siguientes; se fijaron valores de 0.9 para las condiciones iniciales del consumo, saldos reales, trabajo y deuda, es decir, se supone que el individuo utiliza cantidades iniciales de todos sus recursos cercanas a la unidad (el 0.1 restante lo destina a costos de transacción, excluyendo impuestos). Los parámetros que miden el impacto del consumo, saldos reales, trabajo y deuda sobre el bienestar económico cumplen con $\alpha = \beta = 0.5$, lo que significa que todos los argumentos de la función de utilidad tiene el mismo impacto.

Por otra parte, dado que las elasticidades intertemporales de sustitución tienen que cumplir con $\gamma > 0$, $\gamma \neq 1$ y $\phi > 1$, se propuso que $\gamma = \phi = 1.5$, es decir, el grado de sensibilidad de sustitución del consumo por saldos reales y de trabajo por deuda es mayor a la unidad, por lo que le es más fácil para el consumidor sustituir, respectivamente, uno por otro. Asimismo, se fijó $\rho = 0.5$ lo que supone que el individuo no está ni impaciente por el consumo presente ni por el consumo futuro. Por otro lado, la tasa de crecimiento de la población se determinó en 0.025 ó 2.5%, valor que, de acuerdo con INEGI (2005), se asemeja en la realidad a la tasa de crecimiento promedio anual, en la última década, del conjunto de países más poblados del mundo (China, India, Estados Unidos, Indonesia, Brasil, Nigeria, Japón y México).

El parámetro tecnológico de la economía se normalizó a la unidad, es decir $A = 1$, de tal forma que se puede interpretar como el nivel tecnológico existente en la economía hasta ese momento. Con respecto a la depreciación, el valor correspondiente se fijo en 0.05 ó 5%. Por último, el impuesto sobre la renta se fijo en 30%, tasa cercana a la que se aplica en la mayoría de los sistemas hacendarios del mundo. El cuadro 3 muestra el primer conjunto de simulaciones realizadas, las áreas sombreadas muestran los cambios hechos en los correspondientes parámetros para cada simulación.

Cuadro 3. Gasto de gobierno óptimo

| Simulaciones | | | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| g | 0.0479 | 0.0106 | 0.0087 | 0.0479 | 0.0479 | 0.0460 | 0.0422 |
| $c(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $m(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $\eta(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $d(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| α | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| β | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| γ | 1.5 | 0.8 | 5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 |
| ϕ | 1.5 | 1.8 | 5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 |
| ρ | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.9 | 0.1 | 0.5 | 0.5 |
| μ | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.026 | 0.028 |
| A | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| δ | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| τ_r | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |

Es importante tomar en cuenta dos cosas; primero, todos los parámetros, incluyendo los correspondientes a las elasticidades, están en puntos porcentuales. De esta manera, el nivel de gasto de gobierno obtenido también lo estará; y segundo, que el nivel óptimo de gasto de gobierno que se obtiene en todas las simulaciones, al ser siempre positivo, es suficiente para aumentar el bienestar económico. Razón por la cual, la participación del gobierno en la economía a través del gasto en desarrollo tecnológico tiene un efecto positivo. La simulación número 1, que es la que se toma como base, arroja un nivel de gasto de gobierno de 4.79 puntos porcentuales por arriba del gasto inicial del gobierno, es decir, es la participación mínima adicional necesaria para promover el cambio tecnológico y, por ende, para incrementar el nivel de bienestar de los hogares.

Dado que las condiciones iniciales del consumo, saldos reales, trabajo y deuda se consideran constantes, y como los parámetros que miden el impacto sobre el bienestar económico de dicho argumentos no modifican sustancialmente los resultados obtenidos, entonces el resto de las simulaciones están sujetas a cambios sólo en los demás parámetros. Al respecto, la simulación 2 está construida sobre la modificación de las elasticidades intertemporales de sustitución γ y ϕ , las cuales pasaron de 1.5 a 0.8 y

1.8, respectivamente. Esto significa que la relación de sustitución es menos sensible para el consumo y los saldos reales, mientras que es más sensible para el trabajo y la deuda. Bajo estas nuevas condiciones el gasto de gobierno necesario sólo tiene que ser 1.06 puntos porcentuales superior al inicial para poder tener un impacto positivo sobre el bienestar. Por otro lado, en las simulaciones 4 y 5 el gasto de gobierno se mantiene en 4.79 puntos porcentuales, cuando se modificó el parámetro de preferencias llevándolo hasta su límite superior e inferior respectivamente. Esto significa, que no importa si el consumidor está impaciente por el consumo presente ($\rho = 0.9$) o por el consumo futuro ($\rho = 0.1$), entonces el gasto de gobierno es, esencialmente, el mismo. Con respecto a modificaciones en la tasa de crecimiento de la población, se observa en las simulaciones 6 y 7 que un aumento en dicha tasa ocasiona que el nivel de gasto de gobierno necesario para incrementar el bienestar económico sea menor. A continuación, en el cuadro 4, se presentan el resto de las simulaciones realizadas.

Cuadro 4. Gasto de gobierno óptimo (continuación)

| Simulaciones | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| g | 0.0399 | 0.0080 | 0.0134 | 0.0447 | 0.0419 |
| $c(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $m(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $\eta(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $d(0)$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| α | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| β | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| γ | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 |
| ϕ | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 |
| ρ | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| μ | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.025 |
| A | 1.2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| δ | 0.05 | 0.1 | 0.15 | 0.05 | 0.05 |
| τ_r | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.25 | 0.2 |

Como se aprecia en la simulación 8, un incremento en el nivel tecnológico existente hace que el gasto de gobierno sea de 3.99 puntos porcentuales. Análogamente, si la tasa

de depreciación aumenta de 0.05 a 0.1 o a 0.15, disminuye el nivel de gasto de gobierno a 0.8 y 1.3 puntos porcentuales, respectivamente. Cuando la tasa de depreciación es igual al 15%, el gasto de gobierno es de 1.34 puntos porcentuales, si se mantienen constantes los demás parámetros. Por último, en las simulaciones 11 y 12 se disminuyó el impuesto sobre la renta a 0.25 y 0.20, en consecuencia, el gasto de gobierno sube a 4.47 y 4.19 puntos porcentuales respectivamente.

Es importante señalar que el nivel de gasto de gobierno encontrado, en cada una de las simulaciones, es el incremento mínimo necesario en el gasto para aumentar el bienestar económico a través del impulso tecnológico en las empresas. El nivel de gasto de gobierno que genera un cambio tecnológico, como se muestra en la ecuación (30), tiene que ser igual a la unidad. Por lo tanto, en términos de las simulaciones, el gasto de gobierno necesario para producir un cambio tecnológico tiene que ser mayor o igual a 100 puntos porcentuales, es decir, el gobierno tiene que duplicar su gasto en el desarrollo tecnológico. Dado que en las simulaciones se muestra que incrementos en el gasto de gobierno entre 1 y casi 5 puntos porcentuales aumentan el bienestar económico, se infiere que cuanto más grande sea el gasto del gobierno para modificar el nivel tecnológico de la economía, mayor será el efecto sobre el bienestar económico.

6. Conclusiones

En una economía con agentes idénticos en preferencia y dotaciones y con vida infinita se mostró que la participación del gobierno en la promoción del cambio tecnológico por medio del gasto gubernamental, financiado con impuestos y deuda pública, genera un mayor crecimiento económico. Las relaciones de sustitución entre consumo y saldos reales, y entre trabajo y deuda son mayores, en el equilibrio de previsión perfecta, cuando se incorpora el gasto del gobierno en el desarrollo tecnológico. Se mostró también, que el impacto que tiene el gasto de gobierno en la generación del cambio tecnológico sobre el bienestar económico es positivo, mientras que un aumento en el nivel de impuestos acarrea consigo una disminución del bienestar económico.

Por último, se determinó el nivel óptimo de gasto de gobierno a través de simulaciones que permitieron modificar las condiciones de los parámetros relacionados con las elasticidades de sustitución, preferencias, crecimiento de la población, nivel de impuestos, tasa de depreciación, nivel tecnológico existente y condiciones iniciales del consumo, saldos reales, trabajo y deuda. Lo anterior, mostró que incrementos entre 1 y

5 puntos porcentuales en el gasto de gobierno aumenta el bienestar económico de los hogares. A través de las gráficas de las trayectorias óptimas del consumo, para niveles distintos de gasto de gobierno, se mostró que niveles mayores de gasto gubernamental destinado al cambio tecnológico, se traduce en mayor consumo y, por ende, en mayor bienestar económico. En consecuencia, niveles superiores de gasto de gobierno que son necesarios para generar un cambio tecnológico tiene un efecto positivo aún mayor sobre el bienestar.

Las principales limitaciones de la presente investigación se enlistan a continuación; primero, falta conocer los efectos que puedan tener la generación de tecnología en otras economías sobre la economía doméstica; segundo, la introducción lineal del gobierno en la economía, aunque permite obtener resultados analíticos simples, carece de realidad respecto a las relaciones económicas de dicho agente con el resto de la economía; por último, determinar de manera exógena la tasa de depreciación es restrictivo, sin duda mayor investigación acerca de la endogeneización de dichas variables es necesaria.

Referencias

- Bardhan, P. P., 1967, Optimum Foreign Borrowing, Essays on the Theory of Optimal Economic Growth (K. Shell ed.), MIT Press.
- Barro, R., "Government Expending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, 1990, Vol. 98, No. 5, pp. S103-S125.
- Barro, R. y X. Sala-i-Martin, "Public Finance in Models of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, 1992, Vol. 59, pp. 654-661.
- Barro, R. y X. Sala-i-Martin, 1995, Economic Growth, Advanced Series in Economics, McGraw-Hill.
- Caminati, M., "R&D Models of Economic Growth and the Long-Term Evolution of Productivity and Innovations, Conference: Old and New Growth Theories: An Assessment", University of Pisa, October 2001, pp. 1-28.
- Cazzavillan, G., "Public Spending, Endogenous Growth and Endogenous Fluctuations", *Journal of Economic Theory*, 1996, Vol. 71, pp. 394-415.
- Easterly, W., R. King, R. Levine, S. Rebelo, "Policy, Technology Adoption and Growth, Economic Growth and the Structure of Long-Term Development: Proceedings of the IEA Conference", Varenna Italy, 1994, pp. 75-89.

- Futagami, Koichi, Morita, Yuichi, y Akihisa Shibata, “Dynamic Analysis of a Endogenous Growth Model with Public Capital”, *The Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 95, No.4, 1993, pp. 607-625.
- Glomm, G. y B. Ravikumar, “Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model”, *Journal of Economics Dynamics and Control*, 1994, Vol. 18, pp. 1173-1187.
- Harrod, R., “An Essay in Dynamic Theory”, *The Economic Journal*, 1939, Vol. 49, No. 193, pp. 14-33.
- INEGI, 2005, Segundo Censo de Población y Vivienda.
- Intriligator, M. D., 1971, *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Prentice Hall, Series in Mathematical Economics.
- Lucas, Robert, 1988, “On the Mechanics of Economic Development”, *Journal of Monetary Economics*, 22, 1988, pp. 3-42.
- OECD Factbook 2008, Economic, Environmental and Social Statistics, Science and Technology - Research and Development (R&D) - Expenditure on R&D, OECD 2008, ISBN 92-64-04054-4.
- Patinkin, Don, “Money, Interest and Prices”, Massachusetts, The MIT Press, 1956.
- Romer, P., “Increasing Returns and Long-Run Growth”, *The Journal of Political Economy*, 1986, Vol. 94, No. 5, pp. 1002-1037.
- Romer, P., “Endogenous Technological Change”, *The Journal of Political Economy*, 1990, Vol. 98, No. 5, Part 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise System, pp. S71-S102.
- Sidrauski, Miguel, “Rational Choices and Patterns of Growth in a Monetary Economy”, en *American Economic Review*, Vol. 57, No. 2, mayo de 1967, pp. 534-544.
- Turnovsky, S., “Optimal Tax, Debt, and Expenditure Policies in a Growing Economy”, *Journal of Public Economics*, 1996, Vol. 60, pp. 21-44.
- Turnovsky, S., “Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy”, *International Economic Review*, 1993, Vol. 34, No. 4, pp. 953-981.
- Uzawa, H., “Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Endogenous Growth”, *International Economic Review*, 1965, Vol. 6, No.1, pp. 18-31.